

БЫСТРЫЙ ПРЯМОЙ МЕТОД ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ С НЕСЕПАРАБЕЛЬНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

С. А. Горейнов¹

Предложенная ранее реализация [6] быстрого прямого метода [2, 3] обобщается для случая областей сложной геометрии, содержащих большое число дыр (в соответствующей задаче гидродинамики рассматривается обтекание стержней, которым в эллиптической задаче на шаге поправки давления соответствуют дыры). Несмотря на то, что быстрый прямой метод рассчитан на операторы вида $\operatorname{div} K \operatorname{grad}$ с тензором K , зависящим от пространственных переменных, специфика метода требует, чтобы $K(x, y, z) = k_1(x)k_2(y)k_3(z)$ (так называемый *сепарабельный* тензор). В целях сохранения высокой масштабируемости параллельной реализации разработанный ранее код используется как переобуславливатель для некоторой переформулированной задачи. Рассматривается два переобуславливателя, по методу фиктивных компонент [1] и с помощью наилучшего приближения тензорного ранга 1. Численные эксперименты, проведенные на кластере «Ломоносов», подтверждают конкурентоспособность нашего подхода в сравнении с известными методами SMG [4] и агрегационного AMG [5] по сильной и слабой масштабируемости, по крайней мере, до десятков тысяч ядер.

Ключевые слова: сепарабельные матрицы, приближения малого тензорного ранга, метод фиктивных компонент, быстрые методы для эллиптических задач, частичные задачи, многосеточный метод, параллельные вычисления, MPI.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Marchuk G. I., Kuznetsov Yu. A., Matsokin A. M.* Fictitious domain and domain decomposition methods // *Sov. J. Numer. Anal. Math. Modelling.* 1986. **1**, № 1. 3–35.
2. *Vassilevski P. S.* Fast algorithm for solving a linear algebraic problem with separable variables // *Доклады Болгарской академии наук.* 1984. **37**, № 3. 305–308.
3. *Kuznetsov Y. A.* Matrix computational processes in subspaces // *Comp. Meth. in Appl. Sci. and Engrg. VI* / Ed. by R. Glowinski, J. L. Lions. Elsevier Science Publishers B.V., 1984. 15–31.
4. *Brown P. N., Falgout R. D., Jones J. E.* Semicoarsening multigrid on distributed memory machines // *SIAM J. Sci. Comput.* 2000. **21**. 1823–1834.
5. *Blatt M., Bastian P.* A Parallel And Generic Algebraic Multigrid Algorithm Based on Agglomeration. 2007. SIAM Conference on Scientific Computing and Engineering (CSE07), Costa Mesa, USA.
6. Новый метод решения CFD задач на кластерных ЭВМ петафлопсной производительности / В. В. Чуданов, С. А. Горейнов, А. Е. Аксенова [и др.] // *Программные системы: теория и приложения.* 2014. **1**. 3–14.

¹Институт вычислительной математики РАН, ул. Губкина, 8, 119333, Москва; ИБРАЭ РАН, Б. Тульская ул., 52, 115191, Москва, sergei@inm.ras.ru, sergei.goreinov@gmail.com. Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ, гранты 12-01-91333-ННИО_а, 13-01-12061-офи_м, 11-01-00549-а.